立教経済学研究　第73巻第２号　2019年10月　pp. 31–59

論　　文

変動相場制下の完全資本移動および不完全資本移動マンデル=フレミング・モデルについて

浅　田　統一郎†

要　旨

「マンデル=フレミング・モデルによれば，変動相場制下では金融政策は有効であるが財政政策は無効である」という言説が，国際金融論や国際マクロ経済学の初歩的な教科書で流布されている。しかし，この結論が「完全資本移動の小国モデル」という特殊な仮定に依存しており，この仮定がマンデル=フレミング・モデルにとって不可欠な仮定ではないことは，あまり認識されていない。本稿では，変動相場制下のマンデル=フレミング・モデルにおいて「完全資本移動」および「小国」の仮定のうちの少なくとも一つが満たされない場合には，金融政策のみならず財政政策も有効になることを，数学的に厳密に証明する。具体的には，不完全資本移動小国モデルと完全資本移動２国モデルを詳細に検討し，定性的および定量的な分析を行っている。また，財政金融政策の比較静学分析のみならず，不均衡調整過程の動学的安定性についても分析している。

１．はじめに

国際金融論や国際マクロ経済学の初歩的教科書に頻繁に登場するいわゆるマンデル=フレミング・モデルは，完全雇用を前提にする現在主流の新古典派モデルとは異なり，不完全雇用を許容するケインズ（Keynes（1936））の閉鎖経済モデルを開放経済モデルに拡張したマンデル（Mundell（1963, 1968））とフレミング（Fleming（1962））の古典的な業績に由来している。ところが，通常教科書で「マンデル=フレミング・モデル」としてとりあげられているモデルは，ほとんどの場合，完全資本移動の小国開放経済モデルに限られている。このモデルを前提にする限り，変動相場制下では，自国の実質国民所得に影響を及ぼし得るという意味で金融政策は有効であるが，自国の実質国民所得に影響を及ぼせないという意味で財政政策は無効になる，ということは，よく知られている。これは，**表１**の（A）に対応する。マンデル=フレミング・モデルのこのバージョンが現実経済に妥当するならば，たとえば消費税の増税も財政政策の一種であるから，消費税増税が経済に及ぼす悪影響は無視できるほど小さいことになる。

†中央大学経済学部教授　E-mail: asada@tamacc.chuo-u.ac.jp

表１　変動相場制下のマンデル=フレミング・モデルにおける財政金融政策の効果

	完全資本移動	不完全資本移動
小　国	(A) 財政政策× 金融政策○	(B) 財政政策○ 金融政策○
２　国 (大国)	(C) 財政政策○ 金融政策○	(D) 財政政策○ 金融政策○

（備考）　○は有効，×は無効を表す。

事実，このことを根拠に消費税増税の悪影響を過少評価する主張が，一部の経済学者や経済学に比較的明るい一部の官僚や政治家によって表明されている。ところが，前日銀副総裁の岩田規久男氏は，副総裁退任後に出版した著書（岩田（2018））において，マンデル=フレミング・モデルのこのバージョンは日本経済にはあてはまらず，日本経済では1997年と2014年に行われた消費税増税は，いずれも無視できない悪影響を日本経済にもたらしたことを指摘している。

ところで，マンデル自身による分析は，完全資本移動の小国モデルに限定されているわけではない。実際には，マンデルは，Mundell（1963），Mundell（1968）Chap. 18において，たとえ変動相場制下の完全資本移動モデルでも２国モデル（大国モデル）では金融政策のみならず財政政策も有効になることを示している。これは，**表１**の（C）に対応する。不完全資本移動のマンデル=フレミング・モデルは教科書でも学術論文でもあまり本格的にはとりあげられないが，例外もある。たとえば，初級マクロ経済学の教科書である浅田（2016b）の第７章では，変動相場制下の小国マンデル=フレミング・モデルであっても不完全資本移動モデルでは，金融政策のみならず財政政策も有効になることを，数式を用いずに図のみを用いて直観的に説明している。これは，**表１**の（B）に対応する。さらに，浅田（2016a）では，変動相場制下の不完全資本移動２国（大国）マンデル=フレミング・モデルにおいては，金融政策のみならず財政政策も有効になることを，数学的に厳密に証明している。これは，**表１**の（D）に対応する。

表１は，変動相場制下のマンデル=フレミング・モデルにおける財政金融政策の効果について，すべてのケースを分類し尽くしている。すなわち，このモデルでは，すべてのケースで金融政策が有効になるのに対して，財政政策は，（A）のケース以外では有効になる。したがって，「変動相場制下のマンデル=フレミング・モデルにおいては財政政策は無効になるので，財政政策の一種である増税が経済に及ぼす悪影響は無視できる」という主張は，「小国」と「完全資本移動」の双方を満たす非現実的な**表１**の（A）のケースのみに注目し，それ以外のケースは無視するというバイアスに陥っていると言わざるを得ない。すなわち，たとえ変動相場制下のマンデル=フレミング・モデルであっても，「小国」と「完全資本移動」の仮定のうち少な

くとも１つが満たされない現実的なケースでは，金融政策のみならず財政政策も有効になり，増税が経済に及ぼす悪影響を無視できないのである。

本稿では，**表１**の（D）のケースにおける財政金融政策の効果を数学的に厳密に分析した浅田（2016a）と同等の厳密さで，（B）と（C）のケースにおける財政金融政策の効果を分析する。前述したように，その分析結果はすでに知られているので，本稿の分析は，新しい未知の領域を切り開くものではないが，**表１**の（A）以外のケースを詳細に解説した教科書も学術論文も，皆無ではないが非常に少ないので，それなりに意義があるものと思われる。なお，動学的な調整過程とは切り離された均衡条件の比較静学に基づく標準的なアプローチとは異なり，本稿におけるすべてのバージョンのモデルは，まず生産数量の不均衡調整を意味するケインズの乗数過程と期待為替レートの適応期待仮説に基づく動学的な調整過程を，微分方程式システムによって定式化し，その微分方程式システムの定常解として，マクロ経済均衡を定義し，その均衡解に関する比較静学分析によって，財政金融政策の効果を考察している。また，それぞれの動学的調整過程の安定性についても，数学的に分析している。

本稿の構成は，以下のとおりである。まず第２節では，開放経済モデルと比較するための参照基準として，標準的な閉鎖経済の IS・LM モデルが要約され，第３節では，国際金融論や国際マクロ経済学で偏重されている変動相場制下の完全資本移動小国モデルが要約されている。ここまでは，初級マクロ経済学の標準的知識の再確認に過ぎない。第４節と第５節が，本稿の中心的部分である。第４節では変動相場制下の不完全資本移動小国モデルが，第５節では変動相場制下の完全資本移動２国モデルがそれぞれ分析され，いずれのモデルでも金融政策のみならず財政政策も有効になることが，数学的に厳密に証明されている。第６節では，第５節の完全資本移動２国モデルにおける財政金融ポリシー・ミックスの比較静学分析が行われている。第６節の分析結果は，不完全資本移動２国モデルにおける財政金融ポリシー・ミックスを考察した浅田（2016a）の分析結果と定性的には同じである。

２．参照基準としての閉鎖経済の IS・LM モデル

まず，様々なバージョンのマンデル=フレミング・モデルと比較するための参照基準として，標準的な初級マクロ経済学に登場する閉鎖経済の IS・LM モデルを要約しておく。通常初級マクロ経済学の教科書（たとえば，浅田（2016b）第４章）では，ほとんど数式を用いずグラフによる説明が行われているが，ここでは，数学的に定式化されたバージョンをとりあげる。また，通常の教科書的な説明と異なり，はじめから動学的な不均衡調整過程を微分方程式によって定式化し，その動学過程の定常解として，均衡を定義している。次節以降で定式化するマンデル=フレミング・モデルの様々なバージョンでも，同様である。

本節のモデルにおけるケインズ的な不均衡調整過程は，以下のように定式化される。

$$\dot{Y}=\alpha[C(Y,\tau)+I(r)+G-Y];\ \alpha>0,\ 1>C_Y\equiv\partial C/\partial Y>0,\ C_\tau\equiv\partial C/\partial\tau<0,\ I_r\equiv dI/dr<0 \tag{1}$$

$$M/p=L(Y,r);\ L_Y\equiv\partial L/\partial Y>0,\ L_r\equiv\partial L/\partial r<0 \tag{2}$$

$$p=1 \tag{3}$$

ここで，記号の意味は，以下のとおりである。$Y=$ 実質国民所得（実質生産水準）。$C=$ 実質民間消費。$I=$ 実質民間投資。$G=$ 実質政府支出。$\tau=$ 限界税率[1)]。$r=$ 名目利子率。$\alpha=$ 財市場の不均衡調整速度。$M=$ 名目貨幣供給。$p=$ 物価水準。$M/p=$ 実質貨幣供給。$L=$ 実質貨幣需要。記号の上のドット（・）は，時間に関する微分を表す。このモデルにおいて，$\alpha,\ \tau,\ G,\ M$ は，外生的なパラメーターとして扱われる。

（１）式は，財市場の超過需要に応じて，価格ではなく実質生産水準が変動する，ケインズ経済学の「乗数過程」（数量調整過程）を定式化している。（２）式は，貨幣市場の均衡条件を表す LM 方程式である。ここでは，不均衡調整に時間がかかる財市場とは異なり，貨幣市場は名目利子率の調整によって瞬時に均衡することが，想定されている。（３）式は，本節の「固定価格」モデルでは物価水準が１に基準化されており，したがって，このモデルでは，各経済変数の名目値と実質値を区別する必要がないことを意味している。

（３）式を（２）式に代入して r について解けば，

$$r=r(Y;M);\ r_Y\equiv\partial r/\partial Y=-\underset{(+)}{L_Y}/\underset{(-)}{L_r}>0,\ r_M\equiv\partial r/\partial M=1/\underset{(-)}{L_r}<0 \tag{4}$$

となる。（４）式を（１）式に代入すれば，以下のような単一の変数を持つ１本の微分方程式を得る。

$$\dot{Y}=\alpha[C(Y,\tau)+I(r(Y,M))+G-Y]\equiv F(Y) \tag{5}$$

（５）式の均衡解（$\dot{Y}=0$ をもたらす Y と r の値）は，以下の連立方程式の解として与えられる。

$$Y=C(Y,\tau)+I(r)+G \tag{6a}$$

$$M=L(Y,r) \tag{6b}$$

（６a）式を Y と r に関して全微分すれば，

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS}=\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)}/\underset{(-)}{I_r}<0 \tag{7}$$

となるが，この関係を満たす Y と r の軌跡が IS 曲線である。（６b）式を Y と r に関して全微分すれば，

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM}=-\underset{(+)}{L_Y}/\underset{(-)}{L_r}>0 \tag{8}$$

１）通常は τ は限界所得税率と解釈されるが，場合によっては，消費税率と解釈することもできる。

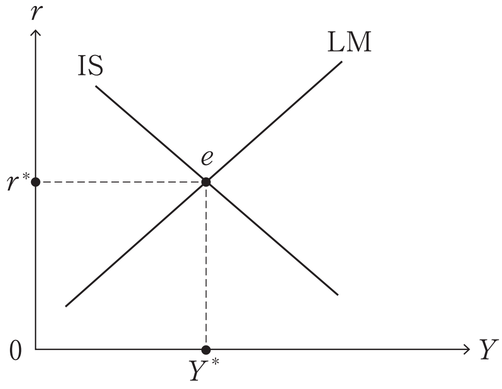

図１　動学システム（５）の均衡解

となるが，この関係を満たす Y と r の軌跡が LM 曲線である。**図１**が示すように，IS 曲線と LM 曲線の交点 e で決まる（Y^*, r^*）が，均衡実質国民所得と均衡名目利子率の組合せを示している。以下では，$Y^*>0$, $r^*>0$ と仮定する。

なお，（５）式より，

$$\frac{d\dot{Y}}{dY}=F'(Y)=\underbrace{(C_Y-1)}_{(-)}+\underset{(-)}{I_r}\underset{(+)}{r_Y}<0 \tag{9}$$

となるから，このモデルの均衡点は，大域的に安定である[2)]。

よく知られているように，このモデルにおける比較静学分析の結果は，以下のとおりである。G が増加（減少）すれば，**図１**における IS 曲線が右方（左方）にシフトして，Y^* が増加（減少）して r^* が上昇（低下）する。τ の増加（減少）は，G の減少（増加）と定性的には同じ結果をもたらす。M が増加（減少）すれば，**図１**における LM 曲線が右方（左方）にシフトして，Y^* が増加（減少）して r^* が低下（上昇）する。比較静学分析の定量的な結果は，以下のようにして得ることができる。

（６）式を全微分して整理すれば，

$$\begin{bmatrix} 1-C_Y & -I_r \\ L_Y & L_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C_\tau d\tau+dG \\ dM \end{bmatrix} \tag{10}$$

2）内生変数の初期値を経済主体が都合よく選べることを想定する Woodford（2003）や Galí（2015）に代表される「ニューケインジアン」の「ジャンプ変数」アプローチと異なり，本稿のモデルでは，内生変数の初期値は歴史的に所与と想定されている。したがって，本稿のモデルにおける「安定性」の概念は，より伝統的なアプローチに基づいている。すなわち，本稿のモデルにおいては，均衡点の近傍の任意の初期値から出発した場合に必ず均衡点に収束する場合には均衡点は「小域的に安定」(locally stable) であり，均衡点の近傍でなくても任意の初期値から出発した場合に均衡点に収束する場合には，均衡点は「大域的に安定」(globally stable) であると定義されている。それ以外の場合には，均衡点は「不安定」(unstable) であると定義されている。

となる。ここで，

$$\Delta_1 \equiv \begin{vmatrix} 1-C_Y & -I_r \\ L_Y & L_r \end{vmatrix} = \underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} \underset{(-)}{L_r} + \underset{(-)}{I_r} \underset{(+)}{L_Y} < 0 \tag{11}$$

である。したがって，(10) 式において $d\tau = dM = 0$ の場合には，

$$Y_G^1 \equiv \frac{dY}{dG} = \frac{1}{\Delta_1}\begin{vmatrix} 1 & -I_r \\ 0 & L_r \end{vmatrix} = 1/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} + (\underset{(-)}{I_r} \underset{(+)}{L_Y})/\underset{(-)}{L_r}\} > 0, \tag{12a}$$

$$r_G^1 \equiv \frac{dr}{dG} = \frac{1}{\Delta_1}\begin{vmatrix} 1-C_Y & 1 \\ L_Y & 0 \end{vmatrix} = -1/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} \underset{(-)}{L_r}/\underset{(+)}{L_Y} + \underset{(-)}{I_r}\} > 0 \tag{12b}$$

となる。$dG = dM = 0$ の場合には，

$$Y_\tau^1 \equiv \frac{dY}{d\tau} = \underset{(-)}{C_\tau}/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} + (\underset{(-)}{I_r} \underset{(+)}{L_Y})/\underset{(-)}{L_r}\} < 0, \tag{13a}$$

$$r_\tau^1 \equiv \frac{dr}{d\tau} = -\underset{(-)}{C_\tau}/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} \underset{(-)}{L_r}/\underset{(+)}{L_Y} + \underset{(-)}{I_r}\} < 0 \tag{13b}$$

となる。$d\tau = dG = 0$ の場合には，

$$Y_M^1 \equiv \frac{dY}{dM} = \frac{1}{\Delta_1}\begin{vmatrix} 1 & -I_r \\ 0 & L_r \end{vmatrix} = 1/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} \underset{(-)}{L_r}/\underset{(-)}{I_r} + \underset{(+)}{L_Y}\} > 0, \tag{14a}$$

$$r_M^1 \equiv \frac{dr}{dM} = \frac{1}{\Delta_1}\begin{vmatrix} 1-C_Y & 0 \\ L_Y & 1 \end{vmatrix} = 1/\{\underset{(-)}{L_r} + \underset{(-)}{I_r} \underset{(+)}{L_Y}/\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)}\} < 0 \tag{14b}$$

となる。

3．変動相場制下の完全資本移動小国モデル

次に，前節のモデルを，変動相場制下の完全資本移動小国開放経済モデルに拡張する。このモデルこそ，「変動相場制下のマンデル=フレミング・モデル」として初級の国際金融論や国際マクロ経済学の教科書で好んでとりあげられているモデルに他ならない[3)]。このモデルにおいては，閉鎖経済モデルとは異なり，「実質国民所得に影響を及ぼし得るという意味で金融政策は有効であるが，実質国民所得に影響を及ぼせないという意味で財政政策は無効になってしまう」という極端な結論が得られることは，よく知られている。通常初級マクロ経済学の教科書(たとえば浅田（2016b））では，この結論は，ほとんど数式を用いずに図を用いて説明されて

3）代表的な教科書としては，奥村（1985），河合（1994），Frenkel and Razin（1987）等を参照されたい。オリジナルな文献は，Fleming（1962）および Mundell（1963, 1968）である。

いるが，本節では，この命題を解析的に再確認することにしよう。

本節のモデルにおける不均衡の動学的調整過程は，以下のように定式化される。

$$\dot{Y}=\alpha[C(Y,\ \tau)+I(r)+G+J(Y,\ Y_f,\ E)-Y]\ ;\ \alpha>0,\ 1>C_Y\equiv\partial C/\partial Y>0,$$
$$C_\tau\equiv\partial C/\partial\tau<0,\ I_r\equiv dI/dr<0,\ J_Y\equiv\partial J/\partial Y<0,\ J_{Yf}\equiv\partial J/\partial Y_f>0,$$
$$J_E\equiv\partial J/\partial E>0 \tag{15}$$
$$M/p=L(Y,\ r)\ ;\ L_Y\equiv\partial L/\partial Y>0,\ L_r\equiv\partial L/\partial r<0 \tag{16}$$
$$r=r_f+(E^e-E)/E \tag{17}$$
$$\dot{E}^e=\gamma[E-E^e]\ ;\ \gamma>0 \tag{18}$$
$$p=1 \tag{19}$$

ここで，追加的な記号の意味は，以下のとおりである。それ以外の記号の意味は，すでに前節で説明されている。$J=$ 実質純輸出，$Y_f=$ 外国の実質国民所得，$E=$「外国通貨１単位＝自国通貨 E 単位」と定義された内貨建て為替レート，$E^e=$ 期待為替レート（予想為替レート）。$r_f=$ 外国の名目利子率。$\gamma=$ 期待為替レートの調整速度。このモデルにおいて，$\alpha,\ \tau,\ G,\ Y_f$，$M,\ r_f$，γ は，外生的パラメーターとして扱われている。特に，国際経済学における「小国」(small country) の定義に基づいて，当該国は外国の実質国民所得や外国の名目利子率に影響を及ぼせないことが想定されているので，Y_f と r_f は所与と仮定されているのである。

(15) 式は，前節のモデルと同様に，財市場の不均衡を調整する数量調整過程を表しており，(16) 式は，貨幣市場の均衡条件を表す LM 方程式である[4)]。(17) 式は，「完全資本移動」(perfect capital mobility) の仮定を表している。すなわち，自国通貨で測った国内債券の収益率（r）と自国通貨で測った外国債券の期待収益率（$r_f+(E^e-E)/E$）が常に一致するように資本が国境を越えて瞬時に移動することが仮定されているのである。(18) 式は，為替レートの期待形成が近い過去に実現した値に基づいて行われるという「適応期待仮説」(adaptive expectation hypothesis) を表す公式である。(19) 式は，前節のモデルと同様に，当該国の物価水準が固定されて１に基準化されている「固定価格モデル」の想定を表している。

本節のモデルは，以下のようにして，より簡潔な動学システムに還元することができる。

4）(15) 式における純輸出関数 $J(Y,\ Y_f,\ E)$ は，以下のようにして導出される。当該国の名目純輸出 J^N は，$J^N=pX(Y_f,\ E)-Ep_fN(Y,\ E)$; $\partial X/\partial Y_f>0,\ \partial X/\partial E>0,\ \partial N/\partial Y>0,\ \partial N/\partial E<0$ となる。ここで，X と N はそれぞれ，当該国の実質輸出量と実質輸入量であり，p_f は外国通貨表示の外国の物価水準 (所与と仮定) である。このとき，$J=J^N/p=X(Y_f,E)-(Ep_f/p)N(Y,E)\equiv J(Y,\ Y_f,\ E)$; $J_Y\equiv\partial J/\partial Y<0,\ J_{Yf}\equiv\partial J/\partial Y_f>0,\ J_E\equiv\partial J/\partial E=(X/E)\eta_{XE}+(p_fN/p)(\eta_{NE}-1)$ となる。
ただし，$\eta_{XE}=\left|\dfrac{\partial X}{\partial E}\cdot\dfrac{E}{X}\right|=\dfrac{\partial X}{\partial E}\cdot\dfrac{E}{X},\ \eta_{NE}=\left|\dfrac{\partial N}{\partial E}\cdot\dfrac{E}{N}\right|=-\dfrac{\partial N}{\partial E}\cdot\dfrac{E}{N}$ はそれぞれ，当該国の内貨建て為替レートの変化に関する輸出と輸入の「弾力性」である。したがって，もし $\eta_{NE}>1$ であれば，$J_E=\partial J/\partial E>0$ であることがわかる。$\eta_{NE}>1$ という条件は，「マーシャル=ラーナーの条件」$\eta_{XE}+\eta_{NE}>1$ が成立するための十分条件である。

(19) 式を (16) 式に代入して r について解けば，前節の（4）式と同様に，

$$r=r(Y;M)\ ;\ r_Y\equiv\partial r/\partial Y=-\underset{(+)}{L_Y}/\underset{(-)}{L_r}>0,\ r_M\equiv\partial r/\partial M=1/\underset{(-)}{L_r}<0 \tag{20}$$

となる。(20) 式を (17) 式に代入して E について解けば，

$$E=E^e/\{1+r(Y;M)-r_f\}\equiv E(Y,\ E^e;M) \tag{21}$$

という式を得る。もちろん，$E^e>0$ のときに $E>0$ であるための必要十分条件は

$$1+r(Y;M)>r_f \tag{22}$$

という不等式が満たされていることであるが，以下では，(22) 式が常に満たされていることを仮定する。このとき，

$$E_Y\equiv\partial E/\partial Y=-E^e\underset{(+)}{r_Y}/(1+r-r_f)^2<0,\ E_{Ee}\equiv\partial E/\partial E^e=1/(1+r-r_f)>0 \tag{23}$$

という結果を得る。(20) 式を (15) 式に代入し，(21) 式を (15) 式と (18) 式に代入すれば，以下のような2次元（2変数）の非線形連立微分方程式システムが得られる。

$$\dot{Y}=\alpha[C(Y,\ \tau)+I(r(Y;M))+G+J(Y,\ Y_f,\ E(Y,E^e;M))-Y]\equiv F_1(Y,E^e) \tag{24a}$$

$$\dot{E}^e=\gamma[E(Y,E^e;M)-E^e]\equiv F_2(Y,E^e) \tag{24b}$$

(24) 式の均衡解は，以下の連立方程式の解として与えられる。

$$Y=C(Y,\ \tau)+I(r)+G+J(Y,\ Y_f,\ E) \tag{25a}$$

$$M=L(Y,\ r) \tag{25b}$$

$$r=r_f \tag{25c}$$

$$E^e=E \tag{25d}$$

これらの方程式から，以下の関係を得る。

$$Y=C(Y,\ \tau)+I(r_f)+G+J(Y,\ Y_f,\ E) \tag{26a}$$

$$M=L(Y,\ r_f) \tag{26b}$$

(26) 式の解として，Y と E の均衡値（Y^*，E^*）が得られる。この解は，**図2**のようにして図解することができる。

Y を横軸，E を縦軸にとったとき，便宜上，(26a) を満たす Y と E の軌跡を IS 曲線，(26b) 式を満たす Y と E の軌跡を LM 曲線と呼ぶことにしよう。(26a) 式を Y と E に関して全微分して整理すれば，

$$\left.\frac{dE}{dY}\right|_{IS}=\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)}-\underset{(-)}{J_Y}\}/\underset{(+)}{J_E}>0 \tag{27}$$

となるから，IS 曲線は右上がりであり，E が (26b) 式に入り込んでいないから，LM 曲線は垂直になる。Y と E の均衡値（Y^*，E^*）は，**図2**のように，右上がりの IS 曲線と垂直な LM 曲線の交点 e で決まる。すなわち，このモデルでは，均衡実質国民所得 Y^* は，財市場と

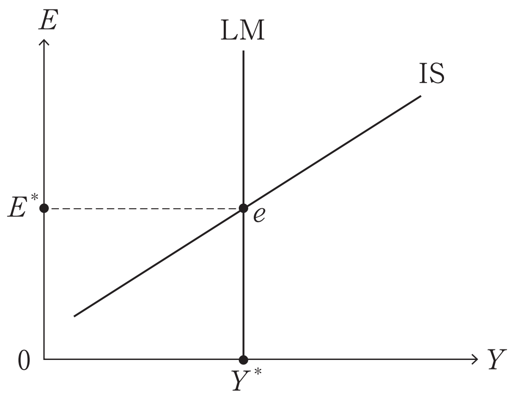

図２　動学システム（24）の均衡解

は無関係に，貨幣市場のみによって決まる。

次に，この均衡点の小域的安定性について検討しよう。(24) 式の均衡点で評価したヤコービ行列 J_1 は，以下のようになる。

$$J_1=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \tag{28}$$

ただし，$F_{11}=\alpha[\underbrace{(C_Y-1)}_{(-)}+\underset{(-)}{I_r}\,\underset{(+)}{r_Y}+\underset{(-)}{J_Y}+\underset{(+)}{J_E}\,\underset{(-)}{E_Y}]<0,\ F_{12}=\alpha\underset{(+)}{J_E}\,\underset{(+)}{E_{Ee}}=\alpha\underset{(+)}{J_E}>0,\ F_{21}=\gamma\underset{(-)}{E_Y}$

$<0,\ F_{22}=\gamma[\underset{(+)}{E_{Ee}}-1]=0$ である[5)]。このとき，このシステムの特性方程式は，

$$f_1(\lambda)\equiv|\lambda I-J_1|=\lambda^2+a_1\lambda+a_2=0 \tag{29}$$

と書ける。ただし，

$$a_1=-traceJ_1=-F_{11}-F_{22}=-\underset{(-)}{F_{11}}>0, \tag{30}$$

$$a_2=\det J_1=F_{11}F_{22}-F_{12}F_{21}=-\underset{(+)}{F_{12}}\underset{(-)}{F_{21}}>0 \tag{31}$$

である。このシステムの小域的安定条件は，特性方程式（29）のすべての根の実数部分が負になることであるが，そのための必要十分条件は，$a_1>0$ および $a_2>0$ が同時に成立することであるから[6)]，(30) 式と（31）式により，動学システム（24）の均衡点（Y^*，E^*）は，小域的に安定であることがわかる。

5）(21) 式と（25c）式により，均衡においては $E_{Ee}=1$ であることに留意されたい。

6）Asada，Chiarella，Flaschel and Franke（2003）Mathematical Appendix および Gandolfo (2009) Chap. 16参照。

このモデルにおける比較静学分析の結果は，以下のとおりである。G が増加（減少）すれば，**図2** における IS 曲線が右方（左方）にシフトして，E^* が減少（増加）するが，Y^* は変化しない。τ の増加（減少）は定性的には G の減少（増加）と同じ結果をもたらし，Y_f の増加（減少）は定性的には G の増加（減少）と同じ結果をもたらす。すなわち，本節のモデルでは，財政政策や外国所得の変化は，自国の実質国民所得に影響を及ぼせないという意味で，無効である。M が増加（減少）すれば，**図2** における LM 曲線が右方（左方）にシフトして，Y^* も E^* も増加（減少）する。すなわち，本節のモデルでは，金融政策は，自国の実質国民所得に影響を及ぼせるという意味で，有効である。比較静学分析の定量的な結果は，以下のとおりである。

(26) 式を全微分して整理すれば，

$$\begin{bmatrix} 1-C_Y-J_Y & -J_E \\ L_Y & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dY \\ dE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\tau d\tau + dG + J_{Yf}dY_f \\ dM \end{bmatrix} \tag{32}$$

となる。ここで，

$$\Delta_2 \equiv \begin{vmatrix} 1-C_Y-J_Y & -J_E \\ L_Y & 0 \end{vmatrix} = \underset{(+)}{J_E}\,\underset{(+)}{L_Y} > 0 \tag{33}$$

である。したがって，(32) 式において $d\tau = dY_f = dM = 0$ の場合には，

$$Y_G^2 \equiv \frac{dY}{dG} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} 1 & -J_E \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{34a}$$

$$E_G^2 \equiv \frac{dE}{dG} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} 1-C_Y-J_Y & 1 \\ L_Y & 0 \end{vmatrix} = -1/\underset{(+)}{J_E} < 0 \tag{34b}$$

となる。$dG = dY_f = dM = 0$ の場合には，

$$Y_\tau^2 \equiv \frac{dY}{d\tau} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} C_\tau & -J_E \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{35a}$$

$$E_\tau^2 \equiv \frac{dE}{d\tau} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} 1-C_Y-J_Y & C_\tau \\ L_Y & 0 \end{vmatrix} = -\underset{(-)}{C_\tau}/\underset{(+)}{J_E} > 0 \tag{35b}$$

となる。$dG = d\tau = dM = 0$ の場合には，

$$Y_{Yf}^2 \equiv \frac{dY}{dY_f} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} J_{Yf} & -J_E \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{36a}$$

$$E_{Yf}^2 \equiv \frac{dE}{dY_f} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} 1-C_Y-J_Y & J_{Yf} \\ L_Y & 0 \end{vmatrix} = -\underset{(+)}{J_{Yf}}/\underset{(+)}{J_E} < 0 \tag{36b}$$

となる。$d\tau = dG = dY_f = 0$ の場合には，

$$Y_M^2 \equiv \frac{dY}{dM} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} 0 & -J_E \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1/\underset{(+)}{L_Y} > Y_M^1 > 0, \tag{37a}$$

$$E_M^2 \equiv \frac{dE}{dM} = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} 1-C_Y-J_Y & 0 \\ L_Y & 1 \end{vmatrix} = \{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{J_Y}\}/(\underset{(+)}{J_E}\underset{(+)}{L_Y}) > 0 \qquad (37b)$$

となる。(37a) 式における Y_M^1 は，(14a) 式で定義されている。不等式 $Y_M^2 > Y_M^1 > 0$ は，国内の実質国民所得に影響を及ぼす本節のモデルにおける金融政策の効果は，閉鎖経済モデルにおける金融政策の効果より大きいことを意味している。

本節のモデルにおいては，政府支出を増加（減少）させたり減税（増税）することによって実質国民所得を増加（減少）させる効果は，E を低下（上昇）させて為替レートの自国通貨高(自国通貨安）をもたらして純輸出を減少（増加）させることによって完全に相殺されてしまい，財政政策は無効になってしまうのである。この結果は，たとえば，「消費税を増税しても国内経済に悪影響はない」という主張を正当化するために利用され得る要素を持っている。他方，名目利子率が外生的に与えられている本節のモデルにおいては，金融緩和しても実質投資需要を増加させることはできないが，E を上昇させて為替レートの自国通貨安をもたらし純輸出を増加させる効果によって金融緩和は有効になり，しかも，本節のモデルにおける金融政策の効果は，結果的に，閉鎖経済モデルにおける金融政策の効果より大きくなるのである。

４．変動相場制下の不完全資本移動小国モデル

本節では，変動相場制下の小国経済という前節のモデルの仮定は保持しつつ，完全資本移動の仮定を不完全資本移動の仮定に置き換えただけで，金融政策のみならず，国内の実質国民所得に影響を及ぼし得るという意味で財政政策も有効になることを，数学的に確認する。この事実は，初級マクロ経済学の教科書である浅田（2016b）第７章で数式を用いずに図を用いて説明されているが，この命題の説明が初級の国際金融論ないしは国際マクロ経済学の教科書でとりあげられることは，きわめて稀である。

本節のモデルにおける不均衡の動学的調整過程は，(17) 式を以下の式で置き換える以外は，前節の（15）式 – (19) 式と同様である。

$$A \equiv J+Q = J(Y, Y_f, E)+\beta\{r-r_f-(E^e-E)/E\} = 0 \ : \beta > 0 \qquad (17a)$$

ここで，

$$Q \equiv \beta\{r-r_f-(E^e-E)/E\} \qquad (38)$$

は「実質資本収支」であり，実質純輸出と実質資本収支の合計である $A \equiv J+Q$ は「実質総合収支」である。

(38) 式は，不完全資本移動モデルにおける資本収支関数である。この式は，当該国の実質資本収支が当該国の国内債券の名目収益率（r）と当該国の通貨で測った外国の国内債券の期待名目収益率（$r_f+(E^e-E)/E$）の差によって決まることを示している。β は，国際資本移動

の流動性の程度を示すパラメーターであり，β が大きければ大きいほど，国際資本移動は流動的であるとみなすことができる。(17a) 式は，総合収支が均衡するように為替レート が内生的に決まるという，変動相場制におけるメカニズムを示している。(17a) 式において

$$\lim_{\beta\to\infty}[r-r_f-(E^e-E)/E]=\lim_{\beta\to\infty}[-(1/\beta)J(Y,\ Y_f,\ E)]=0 \tag{39}$$

であるから，β が無限大の極限的なケースでは，このモデルは前節の完全資本移動モデルに還元される。

LM 方程式 (16) 式を r について解いて得られた (20) 式を (17a) 式に代入すれば，

$$J(Y,\ Y_f,\ E)+\beta\{r(Y;M)-r_f-E^e/E+1\}=0 \tag{40}$$

となる。r_f と Y_f を定数とみなして (40) 式を為替レート E について解けば，以下の式を得る。

$$E=E(Y,\ E^e;M)\ ;\ E_Y\equiv\partial E/\partial Y=-\{\underset{(-)}{J_Y}+\beta\underset{(+)}{r_Y}\}/\{\underset{(+)}{J_E}+\beta(E^e/E^2)\},$$

$$E_{Ee}\equiv\partial E/\partial E^e=\{\beta(1/E)\}/\{\underset{(+)}{J_E}+\beta(E^e/E^2)\}>0,$$

$$E_M\equiv\partial E/\partial M=-\beta\underset{(-)}{r_M}/\{\underset{(+)}{J_E}+\beta(E^e/E^2)\}>0 \tag{41}$$

もし国際資本移動の流動性パラメーター β が十分に大きいことを反映して

$$\underset{(-)}{J_Y}+\beta\underset{(+)}{r_Y}>0 \tag{42}$$

という不等式が成立すれば，(41) 式において，$E_Y<0$ となることがわかる。以下では，不等式 (42) が成立することを仮定する。

(20) 式を (15) 式に代入し，(41) 式を (15) 式と (18) 式に代入すれば，以下のような２次元 (２変数) の非線形連立微分方程式システムが得られる。

$$\dot{Y}=\alpha[C(Y,\ \tau)+I(r(Y;M))+G+J(Y,\ Y_f,\ E(Y,E^e;M))-Y]\equiv H_1(Y,E^e) \tag{43a}$$

$$\dot{E}^e=\gamma[E(Y,E^e;M)-E^e]\equiv H_2(Y,E^e) \tag{43b}$$

(43) 式の均衡解は，以下の連立方程式の解として与えられる。

$$Y=C(Y,\ \tau)+I(r(Y;M))+G+J(Y,\ Y_f,E) \tag{44a}$$

$$J(Y,\ Y_f,E)+\beta\{r(Y;M)-r_f\}=0 \tag{44b}$$

$$E^e=E \tag{44c}$$

(44a) 式と (44b) 式は，Y と E の均衡値 (Y^*, E^*) を決める連立方程式である。Y を横軸，E を縦軸にとったとき，便宜的に，(44a) 式を満たす Y と E の軌跡を IS 曲線，(44b) 式を満たす Y と E の軌跡を BP 曲線と呼ぶことにしよう[7)]。(44a) 式を Y と E に関して全微分して整理すれば，

---

７) BP とは，国際収支を意味する英語 Balance of Payments に由来する表記である。

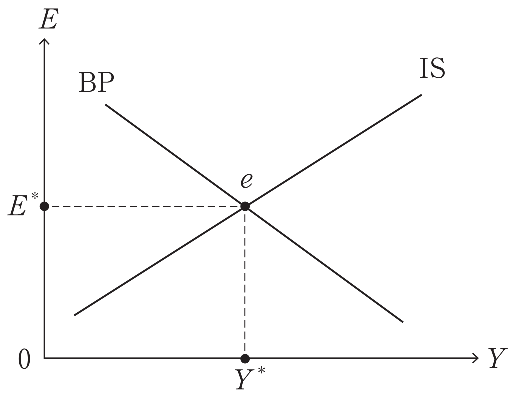

図３　動学システム（43）の均衡解

$$\left.\frac{dE}{dY}\right|_{IS} = \{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\,\underset{(+)}{r_Y} - \underset{(-)}{J_Y}\}/\underset{(+)}{J_E} > 0 \qquad (45)$$

であるから，IS 曲線は，右上がりである。また，(44b) 式を Y と E に関して全微分して整理すれば，国際資本移動の流動性 β が十分に大きい場合には，

$$\left.\frac{dE}{dY}\right|_{BP} = -\{\underset{(-)}{J_Y} + \beta\underset{(+)}{r_Y}\}/\underset{(+)}{J_E} < 0 \qquad (46)$$

となるから，BP 曲線は右下がりである。Y と E の均衡値（Y^*, E^*）は，**図３**のように，IS 曲線と BP 曲線の交点 e で決まる。完全資本移動モデルとは異なり，この不完全資本移動モデルにおいては，均衡においてさえ，$r(Y, M)$ が r_f に一致するとは限らない。

次に，この均衡点の小域的安定性について検討しよう。(42) 式の均衡点で評価したヤコービ行列 J_2 は，以下のようになる。

$$J_2 = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \qquad (47)$$

ただし，$H_{11} = \alpha[\underbrace{(C_Y-1)}_{(-)} + \underset{(-)}{I_r}\,\underset{(+)}{r_Y} + \underset{(-)}{J_Y} + \underset{(+)}{J_E}\,\underset{(-)}{E_Y}] < 0$, $H_{12} = \alpha\,\underset{(+)}{J_E}\,\underset{(+)}{E_{Ee}} > 0$, $H_{21} = \gamma \underset{(-)}{E_Y} < 0$,

$H_{22} = \gamma[\underset{(+)}{E_{Ee}} - 1] < 0$ である8)。このとき，このシステムの特性方程式は，

$$f_2(\lambda) \equiv |\lambda I - J_2| = \lambda^2 + b_1\lambda + b_2 = 0 \qquad (48)$$

8）均衡点においては $E^e = E$ であるから，(41) 式により，均衡点においては，$0 < E_{Ee} = \{\beta(1/E)\} / \{\underset{(+)}{J_E} + \beta(1/E)\} < 1$ となる。したがって，均衡点において，$H_{22} < 0$ となる。

と書ける。ただし，

$$b_1 = -traceJ_2 = -\underset{(-)}{H_{11}} - \underset{(-)}{H_{22}} > 0, \tag{49}$$

$$b_2 = \det J_2 = \underset{(-)}{H_{11}}\underset{(-)}{H_{22}} - \underset{(+)}{H_{12}}\underset{(-)}{H_{21}} > 0 \tag{50}$$

である。一組の不等式（49）式と（50）式は，前節の動学モデルと同様に，本節の動学モデルにおいても，均衡点が小域的に安定であることを意味している。

このモデルにおける比較静学分析の結果は，以下のとおりである。G が増加（減少）すれば，**図３**における IS 曲線が右方（左方）にシフトして，Y^* が増加（減少）すると同時に E^* が減少（増加）する。τ の増加（減少）は定性的には G の減少（増加）と同じ結果をもたらす。すなわち，たとえ変動相場制下の小国マンデル=フレミング・モデルであっても，不完全資本移動の想定のもとでは，財政政策は，国内の実質国民所得に影響を及ぼすという意味で，有効になるのである。他方，M が増加（減少）すれば，**図３**の IS 曲線も BP 曲線もともに右方（左方）にシフトするので，Y^* が増加（減少）する。M の変化が E^* に及ぼす影響については，図による分析ではなく，計算によって確認する必要がある。比較静学分析の定量的な結果は，以下のとおりである。

（44）式を全微分して整理すれば，

$$\begin{bmatrix} 1-C_Y-I_r r_Y-J_Y & -J_E \\ J_Y+\beta r_Y & J_E \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dY \\ dE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\tau d\tau + dG + I_r r_M dM \\ -\beta r_M dM \end{bmatrix} \tag{51}$$

となる。ここで，

$$\Delta_3 \equiv \begin{vmatrix} 1-C_Y-I_r r_Y-J_Y & -J_E \\ J_Y+\beta r_Y & J_E \end{vmatrix} = \underset{(+)}{J_E}\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\underset{(+)}{r_Y} + \beta\underset{(+)}{r_Y}\} > 0 \tag{52}$$

である。(51) 式において $d\tau = dM = 0$ の場合には，

$$Y_G^3 \equiv \frac{dY}{dG} = \frac{1}{\Delta_3}\begin{vmatrix} 1 & -J_E \\ 0 & J_E \end{vmatrix} = 1/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\underset{(+)}{r_Y} + \beta\underset{(+)}{r_Y}\} > 0, \tag{53a}$$

$$E_G^3 \equiv \frac{dE}{dG} = \frac{1}{\Delta_3}\begin{vmatrix} 1-C_Y-I_r r_Y-J_Y & 1 \\ J_Y+\beta r_Y & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -\underbrace{(J_Y+\beta r_Y)}_{(+)}/[\underset{(+)}{J_E}\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\underset{(+)}{r_Y} + \beta\underset{(+)}{r_Y}\}] < 0 \tag{53b}$$

となる。$dG = dM = 0$ の場合には，

$$Y_\tau^3 \equiv \frac{dY}{d\tau} = \frac{1}{\Delta_3}\begin{vmatrix} C_\tau & -J_E \\ 0 & J_E \end{vmatrix} = \underset{(-)}{C_\tau}/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\,\underset{(+)}{r_Y} + \beta\,\underset{(+)}{r_Y}\} < 0, \tag{54a}$$

$$E_\tau^3 \equiv \frac{dE}{d\tau} = \frac{1}{\Delta_3}\begin{vmatrix} 1-C_Y-I_r r_Y-J_Y & C_\tau \\ J_Y+\beta r_Y & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -\underset{(-)}{C_\tau}\underbrace{(J_Y+\beta r_Y)}_{(+)}/[\underset{(+)}{J_E}\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\,\underset{(+)}{r_Y} + \beta\,\underset{(+)}{r_Y}\}] > 0 \tag{54b}$$

となる。$d\tau = dG = 0$ の場合には，

$$Y_M^3 \equiv \frac{dY}{dM} = \frac{1}{\Delta_3}\begin{vmatrix} I_r r_M & -J_E \\ -\beta r_M & J_E \end{vmatrix} = \frac{J_E r_M}{\Delta_3}\begin{vmatrix} I_r & -1 \\ -\beta & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -(\beta - \underset{(-)}{I_r})\,\underset{(-)}{r_M}/\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\,\underset{(+)}{r_Y} + \beta\,\underset{(+)}{r_Y}\} > 0, \tag{55a}$$

$$E_M^3 \equiv \frac{dE}{dM} = \frac{1}{\Delta_3}\begin{vmatrix} 1-C_Y-I_r r_Y-J_Y & I_r r_M \\ J_Y+\beta r_Y & -\beta r_M \end{vmatrix}$$

$$= -\underset{(-)}{r_M}[\beta\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{J_Y}\} + \underset{(-)}{I_r}\,\underset{(-)}{J_Y}]/[\underset{(+)}{J_E}\{\underbrace{(1-C_Y)}_{(+)} - \underset{(-)}{I_r}\,\underset{(+)}{r_Y} + \beta\,\underset{(+)}{r_Y}\}] > 0 \tag{55b}$$

となる。

これらの結果は，たとえ変動相場制下の小国開放経済のマンデル=フレミング・モデルであっても，不完全資本移動のモデルにおいては，当該国の実質国民所得に影響を及ぼすことができるという意味で，金融政策のみならず財政政策も有効であることを意味している。すなわち，政府支出の増加や減税による国内所得の刺激効果は，為替レートの自国通貨高（内貨建て為替レート E の下落）によって純輸出が低下するにもかかわらず，完全には相殺されない。また，政府支出の減少や増税による国内所得への悪影響も，為替レートの自国通貨安（E の上昇）による純輸出の増加によって完全に相殺することはできない。たとえば，消費税増税による国内経済への悪影響は，本節で考察した変動相場制下の不完全資本移動小国開放経済モデルにおいては，解消されずに残ってしまうのである。

ところで，(53a) 式と (54a) 式は，国際資本移動の流動性の程度を表すパラメーター β が増加するにつれて，当該国の実質国民所得に及ぼす財政政策の影響力が低下することを示している。実際，本節の (53)，(54)，(55) の各式は，β が無限大の極限においては，前節の (34)，(35)，(37) の各式に正確に一致することを示すことができる[9)]。

本節のモデルにおける財政金融政策のポリシーミックスの効果は，以下のようにして分析することができる。τ, G, M が同時に変化した場合の効果は，以下の公式によって分析すること

9）(20) 式により，$-r_M/r_Y = 1/L_Y$ である。証明には，この関係式が使用される。

ができる。

$$dY = (\underset{(+)}{Y_G^3})dG + (\underset{(-)}{Y_\tau^3})d\tau + (\underset{(+)}{Y_M^3})dM \tag{56a}$$

$$dE = (\underset{(-)}{E_G^3})dG + (\underset{(+)}{E_\tau^3})d\tau + (\underset{(+)}{E_M^1})dM \tag{56b}$$

たとえば，この公式において $dG > 0$, $d\tau = 0$, $dM > 0$ と置けば，政府と中央銀行が協調して政府支出と貨幣供給を同時に増加させる財政金融ポリシー・ミックスを実行した場合の効果として，以下の結果が得られる。

$$dY = (\underset{(+)}{Y_G^3})\underset{(+)}{dG} + (\underset{(+)}{Y_M^3})\underset{(+)}{dM} > 0 \tag{57a}$$

$$dE = (\underset{(-)}{E_G^3})\underset{(+)}{dG} + (\underset{(+)}{E_M^3})\underset{(+)}{dM} \tag{57b}$$

すなわち，この場合には，実質国民所得を増加させる効果は大きく，為替レートに及ぼす影響は不確定である[10]。また，$d\tau > 0$, $dG = 0$, $dM > 0$ と置けば，増税と金融緩和が同時に実行された場合の効果として，以下結果が得られる。

$$dY = (\underset{(-)}{Y_\tau^3})\underset{(+)}{d\tau} + (\underset{(+)}{Y_M^1})\underset{(+)}{dM} \tag{58a}$$

$$dE = (\underset{(+)}{E_\tau^3})\underset{(+)}{d\tau} + (\underset{(+)}{E_M^1})\underset{(+)}{dM} > 0 \tag{58b}$$

すなわち，この場合には，実質国民所得に及ぼす影響は不確定であるが，為替レートは大幅に自国通貨安になる（E が大幅に上昇する)。

5．変動相場制下の完全資本移動２国モデル

「変動相場制下のマンデル=フレミング・モデルにおいて財政政策は無効になる」という命題を突き崩すもう一つの方法は，「小国開放経済モデル」の仮定を「大国モデル」の仮定に置き換えることである。「大国モデル」の最も単純なバージョンは，２国モデルである。

本節では，たとえ変動相場制と完全資本移動の仮定を保持しても，２国マンデル=フレミング・モデルにおいては，金融政策のみならず財政政策も有効になることを，数学的に証明する。実は，マンデル自身がこのケースをすでに考察し，「拡張的財政政策（または投資）は自国お

10）浅田（2019）では，この事実を，数式を使わずに簡単な図を用いて一般向けに説明している。

よび外国でともに所得を上昇させるが，貨幣的拡張は自国の所得を増加させ，外国の所得を減少させる」(Mundell（1968）邦訳書317ページ）ことを証明している。したがって，本節の分析は，このマンデル自身による結論を，単に我々のアプローチによって再確認するものに過ぎない[11)]。

本節の２国モデルは，以下の方程式システムによって記述される。ここで，サブスクリプトないしスーパースクリプト i（$i=1,\ 2$）は，国を表すインデックスであり，その他の記号の意味は，前節と同様である。ただし，E は，「第２国の通貨１単位＝第１国の通貨 E 単位」と定義された，第１国の内貨建ての為替レートである。

$$\dot{Y}_i=\alpha_i[C_i(Y_i,\ \tau_i)+I_i(r_i)+G_i+J_i-Y_i]\ ;\ \alpha_i>0,\ 1>C^i_{Yi}\equiv\partial C_i/\partial Y_i>0,\quad C^i_{\tau i}\equiv\partial C_i/\partial\tau_i<0,\ I^i_{ri}\equiv dI_i/dr_i<0 \tag{59}$$

$$M_i/p_i=L_i(Y_i,\ r_i)\ ;\ L^i_{Yi}\equiv\partial L_i/\partial Y_i>0,\ L^i_{ri}\equiv\partial L_i/\partial r_i<0 \tag{60}$$

$$J_1=J_1(Y_1,\ Y_2,\ E)\ ;\ J^1_{Y1}\equiv\partial J_1/\partial Y_1<0,\ J^1_{Y2}\equiv\partial J_1/\partial Y_2>0,\quad J^1_E\equiv\partial J_1/\partial E>0 \tag{61}$$

$$p_1J_1+Ep_2J_2=0 \tag{62}$$

$$r_1=r_2+(E^e-E)/E \tag{63}$$

$$\dot{E}^e=\gamma[E-E^e]\ ;\ \gamma>0 \tag{64}$$

$$p_1=p_2=1 \tag{65}$$

（61）式は，第１国の純輸出関数である。(62）式は，ある国の純輸出の黒字（赤字）が同額だけの他国の純輸出の赤字（黒字）に対応しなければならないことを示している。(63）式は，第３節の（17）式と同様の，完全資本移動の仮定を表している。(65）式は，両国の物価水準が固定されてそれぞれ１に基準化されている，「固定価格」の仮定である。

このシステムは，以下のようにして，より簡潔な動学システムに還元できる。(65）式を考慮に入れながら各国の LM 方程式である（60）式を r_i について解けば，

$$r_i=r_i(Y_i\,;M_i)\ ;\ r^i_{Yi}\equiv\partial r_i/\partial Y_i=-\underset{(+)}{L^i_{Yi}}/\underset{(-)}{L^i_{ri}}>0,\ r^i_{Mi}=\partial L_i/\partial M_i=1/\underset{(-)}{L^i_{ri}}<0 \tag{66}$$

11）筆者は浅田（2016a）において，変動相場制下の不完全資本移動２国マンデル=フレミング・モデルにおいては金融政策のみならず財政政策も有効になることを数学的に証明している。浅田（2016a）の基礎になった研究は，2015年11月28日に立正大学で開催されたケインズ学会第５回年次大会で報告されたが，当日会場でこの報告を聞かれた小谷清氏（筑波大学名誉教授）は，変動相場制の２国モデルなら完全資本移動モデルでも金融政策のみならず財政政策も有効になることを，指摘して下さった。その時点では，筆者はまだ，変動相場制の完全資本移動２国モデルの数学的分析をマンデル自身が行っていることに気が付いていなかった。記して小谷氏に感謝する。小谷氏から後日いただいた手書きの手紙には，若干の数式とグラフを用いた説明が含まれているが，本節のアプローチは，必ずしも小谷氏やマンデル自身のアプローチの忠実な再現ではなく，浅田（2016a）の変動相場制２国モデルにおける不完全資本移動の仮定を完全資本移動の仮定に置き換えたものである。なお，小谷清氏には，1980年代に公刊された不均衡経済動学理論に関する先駆的な研究業績がある（小谷（1987）参照)。

となる。(63) 式を E について解けば，

$$E = E^e/\{1+r_1(Y_1; M_1)-r_2(Y_2; M_2)\} \equiv E(Y_1,\ Y_2,\ E^e,\ M_1,\ M_2) \tag{67}$$

という式を得る。ここでは，$E^e >$ のときに $E > 0$ となるための必要十分条件である

$$1+r_1(Y_1; M_1) > r_2(Y_2; M_2) \tag{68}$$

という不等式が常に満たされていることを仮定する。このとき，

$$E_{Y1} \equiv \partial E/\partial Y_1 = -E^e \underset{(+)}{r^1_{Y1}}/(1+r_1-r_2)^2 < 0,\ E_{Y2} \equiv \partial E/\partial Y_2 = E^e \underset{(+)}{r^2_{Y2}}/(1+r_1-r_2)^2 > 0,$$

$$E_{Ee} = \partial E/\partial E^e = 1/(1+r_1-r_2) > 0 \tag{69}$$

となる。また，(65) 式を (62) 式に代入して J_2 について解けば，

$$J_2 = -(1/E)J_1(Y_1,\ Y_2,\ E) \tag{70}$$

という式を得る。

(61)，(66)，(67)，(70) の各式を (59) 式と (64) 式に代入すれば，以下のような，３次元 (３変数) の非線形連立微分方程式システムが得られる。

$$\begin{aligned}\dot{Y}_1 &= \alpha_1[C_1(Y_1,\ \tau_1)+I_1(r_1(Y_1; M_1))+G_1+J_1(Y_1,\ Y_2,\ E(Y_1,\ Y_2,\ E^e))-Y_1] \\ &\equiv W_1(Y_1,\ Y_2,\ E^e)\end{aligned} \tag{71a}$$

$$\begin{aligned}\dot{Y}_2 = \alpha_2[&C_2(Y_2,\ \tau_2)+I_2(r_2(Y_2; M_2))+G_2 \\ &-(1/E(Y_1,\ Y_2,\ E^e))J_1(Y_1,\ Y_2,\ E(Y_1,\ Y_2,\ E^e))-Y_2] \equiv W_2(Y_1,\ Y_2,\ E^e)\end{aligned} \tag{71b}$$

$$\dot{E}^e = \gamma[E(Y_1,\ Y_2,\ E^e)-E^e] \equiv W_3(Y_1,\ Y_2,\ E^e) \tag{71c}$$

(71) 式の均衡解は，以下の連立方程式の解として与えられる。

$$Y_1 = C_1(Y_1,\ \tau_1)+I_1(r)+G_1+J_1(Y_1,\ Y_2,\ E) \tag{72a}$$

$$Y_2 = C_2(Y_2,\ \tau_2)+I_2(r)+G_2-(1/E)J_1(Y_1,\ Y_2,\ E) \tag{72b}$$

$$M_1 = L_1(Y_1,\ r) \tag{72c}$$

$$M_2 = L_2(Y_2,\ r) \tag{72d}$$

(72) 式によって，４つの内生変数の均衡値 Y_1^*，Y_2^*，r^*，E^* が決定される。すなわち，この完全資本移動２国モデルにおいては，均衡において両国の利子率は均等化され，「世界利子率」が成立するが，「世界利子率」が外生的に与えられる小国モデルとは異なり，均衡における「世界利子率」自体が内生的に決まるのである。

この連立方程式は，以下のようにして解くことができる。(72c) 式と (72d) 式をそれぞれ Y_1 と Y_2 について解けば，

$$Y_i = Y_i(r;\ M_i)(i = 1,\ 2) \tag{73}$$

となる。(73) 式を (72a)－(72b) の各式に代入すれば，r と E の均衡値を決定する２本の連立方程式を得る。このようにして決まる r の均衡値を (73) 式に代入すれば，Y_1 と Y_2 の均衡値が得られる。この均衡解の存在と一意性について数学的に議論することは可能であるが，こ

こでは，この点について深入りすることはせず，単に一意的な均衡解（Y_1^*，Y_2^*，r^*，E^*）＞（0，0，0，0）の存在を仮定して以下の分析を行うことにする。

まず，この均衡点の小域的安定性について検討しよう。(71) 式の均衡点で評価したヤコービ行列 J_3 は，

$$J_3 = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 Z_{11} & \alpha_1 Z_{12} & \alpha_1 Z_{13} \\ \alpha_2 Z_{21} & \alpha_2 Z_{22} & \alpha_2 Z_{23} \\ \gamma Z_{31} & \gamma Z_{32} & 0 \end{bmatrix} \tag{74}$$

となる。ただし，各記号の意味は，以下のとおりである[12]。

$$Z_{11} = \underbrace{(C_{Y1}^1 - 1)}_{(-)} + \underset{(-)}{I_{r1}^1}\,\underset{(+)}{r_{Y1}^1} + \underset{(-)}{J_{Y1}^1} + \underset{(+)}{J_E^1}\,\underset{(-)}{E_{Y1}} < 0, \quad Z_{12} = \underset{(+)}{J_{Y2}^1} + \underset{(+)}{J_E^1}\,\underset{(+)}{E_{Y2}} > 0, \quad Z_{13} = \underset{(+)}{J_E^1} > 0,$$

$$Z_{21} = (1/E)[-\underset{(-)}{J_{Y1}^1} + \{-\underset{(+)}{J_E^1} + (1/E)\underset{(?)}{J_1}\}\underset{(-)}{E_{Y1}}],$$

$$Z_{22} = \underbrace{(C_{Y2}^2 - 1)}_{(-)} + \underset{(-)}{I_{r2}^2}\,\underset{(+)}{r_{Y2}^2} + (1/E)[-\underset{(+)}{J_{Y2}^1} + \{-\underset{(+)}{J_E^1} + (1/E)\underset{(?)}{J_1}\}\underset{(+)}{E_{Y2}}],$$

$$Z_{23} = (1/E)\{-\underset{(+)}{J_E^1} + (1/E)\underset{(?)}{J_1}\}, \quad Z_{31} = \underset{(-)}{E_{Y1}^1} < 0, \quad Z_{32} = \underset{(+)}{E_{Y2}} > 0 \tag{75}$$

本節では，均衡において以下の不等式が満たされるものと仮定する。

［仮定　1］$Z_{21} > 0$，　$Z_{22} < 0$，　$Z_{23} < 0$

これらの不等式は，もし均衡において $J_1 \leqq 0$ ならば，自動的に満たされるが，たとえ均衡において $J_1 > 0$ であっても，その値が相対的に小さければ，満たされるであろう。

このシステムの特性方程式は，以下のように書ける。

$$f_3(\lambda) \equiv \left|\lambda I - J_3\right| = \lambda^3 + d_1\lambda^2 + d_2\lambda + d_3 = 0 \tag{76}$$

ただし，

$$d_1 = -traceJ_3 = -\alpha_1 \underset{(-)}{Z_{11}} - \alpha_2 \underset{(-)}{Z_{22}} > 0, \tag{77}$$

$d_2 = J_3$ のすべての２次小行列式の和

$$= \alpha_1\alpha_2\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} + \alpha_1\gamma\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{13} \\ Z_{31} & 0 \end{vmatrix} + \alpha_2\gamma\begin{vmatrix} Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{32} & 0 \end{vmatrix}$$

12）(69) 式により，$r_1 = r_2$ となる均衡においては $E_{Ee} = 1$ となる。このことが考慮に入れられている。

$$=\alpha_1\alpha_2(\underset{(-)}{Z_{11}}\underset{(-)}{Z_{22}}-\underset{(+)}{Z_{12}}\underset{(+)}{Z_{21}})+\gamma\{-\alpha_1\underset{(+)}{Z_{13}}\underset{(-)}{Z_{31}}-\alpha_2\underset{(-)}{Z_{23}}\underset{(+)}{Z_{32}}\}, \tag{78}$$

$$d_3=-\det J_3=-\alpha_1\alpha_2\gamma\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & 0 \end{vmatrix}$$

$$=\alpha_1\alpha_2\gamma\{-\underset{(+)}{Z_{12}}\underset{(-)}{Z_{23}}\underset{(-)}{Z_{31}}-\underset{(+)}{Z_{13}}\underset{(+)}{Z_{32}}\underset{(+)}{Z_{21}}+\underset{(+)}{Z_{13}}\underset{(-)}{Z_{22}}\underset{(-)}{Z_{31}}+\underset{(-)}{Z_{11}}\underset{(+)}{Z_{32}}\underset{(-)}{Z_{23}}\} \tag{79}$$

である。

微分方程式システム（71）の均衡点が小域的に安定になるための必要十分条件は，特性方程式（80）の固有値の実数部分がすべて負になることであるが，そのための必要十分条件である「ラウス=フルヴィッツの条件」は，

$$d_j>0(j=1,\ 2,\ 3),\ d_1d_2-d_3>0 \tag{80}$$

という不等式がすべて成立することである（Gandolfo（2009）Chap. 16および Asada, Chiarella, Flaschel and Franke（2003）Mathematical Appendix 参照)。

我々は，以下の追加的な仮定のもとで分析を行うことにする。

[仮定　２] 以下の２つの不等式が均衡において成立する。

$$\underset{(-)}{Z_{11}}\underset{(-)}{Z_{22}}-\underset{(+)}{Z_{12}}\underset{(+)}{Z_{21}}>0 \tag{81}$$

$$-\underset{(+)}{Z_{12}}\underset{(-)}{Z_{23}}\underset{(-)}{Z_{31}}-\underset{(+)}{Z_{13}}\underset{(+)}{Z_{32}}\underset{(+)}{Z_{21}}+\underset{(+)}{Z_{13}}\underset{(-)}{Z_{22}}\underset{(-)}{Z_{31}}+\underset{(-)}{Z_{11}}\underset{(+)}{Z_{32}}\underset{(-)}{Z_{23}}>0 \tag{82}$$

これらの不等式は，もし Z_{11} と Z_{22} の絶対値が他の諸項目の絶対値に比べて相対的に大きければ，成立する。もし両国の投資支出の利子率に対する感応度 $\left|I_{ri}^{i}\right|(i=1,\ 2)$ が十分に大きければ，この条件は満たされるであろう。特に，不等式（82）は，$d_3>0$ という条件と同値である。このことは，不等式（82）は動学システム（71）の均衡点が小域的に安定になるための必要条件である（しかし十分条件ではない）ことを意味する（(80）式参照)。仮定１および２のもとで，以下の命題を証明することができる。

[命題]

為替レートの調整速度を反映するパラメーター $\gamma>0$ の値が十分に小さければ，動学システム（71）の均衡点は小域的に安定になる。

[証明]

仮定１と２のもとでは，$d_j > 0$（$j = 1, 2, 3$）となる。さらに，これらの仮定のもとでは

$$\lim_{\gamma \to 0}(d_1 d_2 - d_3) = \alpha_1 \alpha_2 \underset{(+)}{d_1}(Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}) > 0 \tag{83}$$

となるから，$\gamma > 0$ が十分に小さい場合には，ラウス=フルヴィッツの安定条件（80）をすべて満たす。　□

次に，このモデルにおける均衡点の比較静学分析を行うことにしよう。第１国の財政金融政策パラメーター τ_1，G_1，M_1 が同時に変化したことを想定して（72）式を全微分して整理すれば，以下の式を得る。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \\ dr \\ dE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\tau 1}^1 d\tau_1 + dG_1 \\ 0 \\ dM_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{84}$$

ただし，この式における T_{ij} は，以下のように表される。

$$T_{11} = \underbrace{(1 - C_{Y1}^1)}_{(+)} - \underset{(-)}{J_{Y1}^1} > 0, \quad T_{12} = -\underset{(+)}{J_{Y2}^1} < 0, \quad T_{13} = -\underset{(-)}{I_r^1} > 0, \quad T_{14} = -\underset{(+)}{J_E^1} < 0,$$

$$T_{21} = (1/E)\underset{(-)}{J_{Y1}^1} < 0, \quad T_{22} = \underbrace{(1 - C_{Y2}^2)}_{(+)} + (1/E)\underset{(+)}{J_{Y2}^1} > 0, \quad T_{23} = -\underset{(-)}{I_r^2} > 0,$$

$$T_{24} = (1/E)\{\underset{(+)}{J_E^1} - (1/E)\underset{(?)}{J_1}\} = -\underset{(-)}{Z_{23}} > 0, \quad T_{31} = \underset{(+)}{L_{Y1}^1} > 0, \quad T_{33} = \underset{(-)}{L_r^1} < 0,$$

$$T_{42} = \underset{(+)}{L_{Y2}^2} > 0, \quad T_{43} = \underset{(-)}{L_r^2} < 0 \tag{85}$$

（84）式の左辺の係数行列を T とすれば，その行列式 $\det T$ は，

$$\det T = \underset{(+)}{T_{42}}\{\underset{(+)}{T_{31}}(\underset{(+)}{T_{13}}\underset{(+)}{T_{24}} - \underset{(-)}{T_{14}}\underset{(+)}{T_{23}}) - \underset{(-)}{T_{33}}(\underset{(+)}{T_{11}}\underset{(+)}{T_{24}} - \underset{(-)}{T_{14}}\underset{(-)}{T_{21}})\} - \underset{(-)}{T_{43}}\underset{(+)}{T_{31}}(\underset{(-)}{T_{12}}\underset{(+)}{T_{24}} - \underset{(-)}{T_{14}}\underset{(+)}{T_{22}}) \tag{86}$$

となる。われわれは，

[仮定　3]　$\det T > 0$

と仮定する。仮定３は，両国の投資需要の利子率に対する反応度 $\left|I_{r1}^1\right|$ および $\left|I_{r2}^2\right|$ が大きいことを反映して T_{13} と T_{23} が十分に大きければ，成立するであろう。以下では，T_{13} と T_{23} が十

分に大きく，さらに，均衡において $J_1 \leqq 0$ であるか，または，$J_1 > 0$ である場合にはその値が相対的に小さいことを仮定して，第１国の財政金融政策の効果についての比較静学分析を行う[13)]。

(84) 式において $d\tau_1 = dM_1 = 0$ の場合には，以下のようになる。

$$Y^1_{G1} \equiv \frac{dY_1}{dG_1} = (\frac{1}{\det T})\begin{vmatrix} 1 & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ 0 & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ 0 & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & 0 \end{vmatrix} = (\frac{1}{\det T})(-\underset{(+)}{T_{24}}\underset{(-)}{T_{33}}\underset{(+)}{T_{42}}) > 0 \tag{87a}$$

$$Y^2_{G1} \equiv \frac{dY_2}{dG_1} = (\frac{1}{\det T})\begin{vmatrix} T_{11} & 1 & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & 0 & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & 0 & T_{43} & 0 \end{vmatrix} = (\frac{1}{\det T})(-\underset{(+)}{T_{24}}\underset{(-)}{T_{43}}\underset{(+)}{T_{31}}) > 0 \tag{87b}$$

$$r_{G1} \equiv \frac{dr}{dG_1} = (\frac{1}{\det T})\begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & 1 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{42} & 0 & 0 \end{vmatrix} = (\frac{1}{\det T})(\underset{(+)}{T_{24}}\underset{(+)}{T_{42}}\underset{(+)}{T_{31}}) > 0 \tag{87c}$$

$$E_{G1} \equiv \frac{dE}{dG_1} = (\frac{1}{\det T})\begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & 1 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 \\ T_{31} & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (\frac{1}{\det T})(-\underset{(+)}{T_{23}}\underset{(+)}{T_{42}}\underset{(+)}{T_{31}} + \underset{(+)}{T_{22}}\underset{(+)}{T_{31}}\underset{(-)}{T_{43}} + \underset{(-)}{T_{21}}\underset{(+)}{T_{42}}\underset{(-)}{T_{33}}) < 0 \tag{87d}$$

$dG_1 = dM_1 = 0$ の場合には，以下のようになる。

$$Y^1_{\tau1} \equiv \frac{dY_1}{d\tau_1} = (\underset{(-)}{C^1_{\tau1}})(\underset{(+)}{Y^1_{G1}}) < 0 \tag{88a}$$

$$Y^2_{\tau1} \equiv (\underset{(-)}{C^1_{\tau1}})(\underset{(+)}{Y^2_{G1}}) < 0 \tag{88b}$$

$$r_{\tau1} \equiv \frac{dr}{d\tau_1} = (\underset{(-)}{C^1_{\tau1}})(\underset{(+)}{r_{G1}}) < 0 \tag{88c}$$

$$E_{\tau1} \equiv \frac{dE}{d\tau_1} = (\underset{(-)}{C^1_{\tau1}})(\underset{(-)}{E_{G1}}) > 0 \tag{88d}$$

$d\tau_1 = dG_1 = 0$ の場合には，以下のようになる。

---

13) 第２国の財政金融政策についての比較静学分析も，同様にして行うことができる。

$$Y_{M1}^{1} \equiv \frac{dY_1}{dM_1} = \left(\frac{1}{\det T}\right)\begin{vmatrix} 0 & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ 0 & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ 1 & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{1}{\det T}\right)\left(\underset{(+)}{T_{13}}\,\underset{(+)}{T_{24}}\,\underset{(+)}{T_{42}} + \underset{(-)}{T_{14}}\,\underset{(-)}{T_{43}}\,\underset{(+)}{T_{22}} - \underset{(-)}{T_{14}}\,\underset{(+)}{T_{23}}\,\underset{(+)}{T_{42}} - \underset{(-)}{T_{12}}\,\underset{(-)}{T_{43}}\,\underset{(+)}{T_{24}}\right) > 0 \tag{89a}$$

$$Y_{M1}^{2} \equiv \frac{dY_2}{dM_1} = \left(\frac{1}{\det T}\right)\begin{vmatrix} T_{11} & 0 & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & 0 & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & 1 & T_{33} & 0 \\ 0 & 0 & T_{43} & 0 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\det T}\right)\left\{\underset{(-)}{T_{43}}\left(\underset{(+)}{T_{11}}\,\underset{(+)}{T_{24}} - \underset{(-)}{T_{14}}\,\underset{(-)}{T_{21}}\right)\right\}$$

$$= \left(\frac{1}{\det T}\right)\left[\underset{(-)}{T_{43}}\left\{\underbrace{(1-C_{Y1}^{1})}_{(+)}\underset{(+)}{T_{24}} + (1/E)\underset{(-)}{J_{Y1}^{1}}\,\underset{(?)}{J_1}\right\}\right] < 0 \tag{89b}$$

$$r_{M1} \equiv \frac{dr}{dM_1} = \left(\frac{1}{\det T}\right)\begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & T_{42} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\det T}\right)\left\{-\underset{(+)}{T_{42}}\left(\underset{(+)}{T_{11}}\,\underset{(+)}{T_{24}} - \underset{(-)}{T_{14}}\,\underset{(-)}{T_{21}}\right)\right\}$$

$$= \left(\frac{1}{\det T}\right)\left[-\underset{(+)}{T_{42}}\left\{\underbrace{(1-C_{Y1}^{1})}_{(+)}\underset{(+)}{T_{24}} + (1/E)\underset{(-)}{J_{Y1}^{1}}\,\underset{(?)}{J_1}\right\}\right] < 0 \tag{89c}$$

$$E_{M1} \equiv \frac{dE}{dM_1} = \left(\frac{1}{\det T}\right)\begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 \\ T_{31} & 0 & T_{33} & 1 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{1}{\det T}\right)\left(-\underset{(+)}{T_{11}}\,\underset{(+)}{T_{22}}\,\underset{(-)}{T_{43}} - \underset{(+)}{T_{13}}\,\underset{(+)}{T_{42}}\,\underset{(-)}{T_{21}} + \underset{(-)}{T_{12}}\,\underset{(-)}{T_{21}}\,\underset{(-)}{T_{43}} + \underset{(+)}{T_{11}}\,\underset{(+)}{T_{42}}\,\underset{(-)}{T_{33}}\right) > 0 \tag{89d}$$

(87) 式は，たとえ変動相場制下の完全資本移動マンデル=フレミング・モデルであっても，２国モデルならば財政政策が有効になることを示している。すなわち，第１国の実質政府支出 (G_1) が増加すれば，世界利子率 (r) が上昇して第１国の投資が減少すると同時に，為替レートが第１国の通貨高（E が低下）になって純輸出が減少することによる，第１国の実質国民所得に対するマイナスの効果があるにも関わらず，政府支出の増加に誘発されたケインズ (Keynes (1936)) の乗数効果と第２国の実質国民所得の増加によるプラスの効果の方がマイナスの効果を上回り，結果的に第１国の実質国民所得は増加するのである。第２国では，世界利子率が上昇することによって投資が減少するマイナスの効果よりも，第２国の通貨安が純輸出を増加させるプラスの効果の方が上回り，第２国の実質国民所得も増加する。すなわち，第１国の政府による拡張的財政政策は，両国の実質国民所得を増加させるのである。(88) 式は，第１国の増税（減税）が各国の実質国民所得，世界利子率，為替レートに及ぼす影響は，定性的には第１国の実質政府支出の減少（増加）の場合と同様であることを意味している。

(89) 式は，このモデルにおいても金融政策は依然として有効であることを示している。す

なわち，第１国の中央銀行による拡張的な金融政策は，世界利子率（r）を引き下げて第１国の投資需要を増加させる効果と第１国の通貨安（E の上昇）を通して第１国の純輸出を増加させる効果の双方を通じて，第１国の実質国民所得（Y_1）を増加させる。他方，第１国の拡張的金融政策は，世界利子率の低下を通じて第２国の投資需要を増加させるプラスの効果よりも，第２国の通貨高（E の上昇）を通じて第２国の純輸出を減少させるマイナスの効果の方が上回り，結果的に第２国の実質国民所得（Y_2）を減少させる。すなわち，ある国の拡張的金融政策は為替レートの変化を通じて当該国には利益をもたらすが他国に不利益をもたらす「近隣窮乏化政策」(beggar my neighbor policy）である，という説には，根拠があることになる。

ところで，ある国が拡張的金融政策によって自国の通貨安を目論んだとしても，他国も拡張的金融政策によって対抗すれば，為替レートの変化を阻止できるであろう。両国がこのような金融政策を行ったときにどのようなことが生じるかを，以下で数学的に分析しよう。第１国の中央銀行が貨幣供給を変化させた（$dM_1 \neq 0$）とき，為替レートが変化しなくなる（$dE = 0$）ように第２国の中央銀行が貨幣供給を変化させることを前提にして（72）式を全微分すれば，第２国の貨幣供給の変化（dM_2）自体を内生変数とする以下の方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 \\ T_{31} & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \\ dr \\ dM_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dM_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{90}$$

（90）式の左辺の係数行列を $\tilde{T}$ とすれば，その行列式 $\det \tilde{T}$ は，

$$\det \tilde{T} = -(\underset{(+)}{T_{11}}\underset{(+)}{T_{22}} - \underset{(-)}{T_{12}}\underset{(-)}{T_{21}})\underset{(-)}{T_{33}} - \underset{(-)}{T_{12}}\underset{(+)}{T_{23}}\underset{(+)}{T_{31}} + \underset{(+)}{T_{13}}\underset{(+)}{T_{22}}\underset{(+)}{T_{31}} \tag{91}$$

となる。ところで，

$$T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} = \underbrace{(1-C_{Y1}^1)}_{(+)}\underset{(+)}{T_{22}} - \underbrace{(1-C_{Y2}^2)}_{(+)}\underset{(-)}{J_{Y1}^1} > 0 \tag{92}$$

であるから，$\det \tilde{T} > 0$ であることがわかる。したがって，以下のような比較静学分析の結果を得る。

$$\left.\frac{dY_1}{dM_1}\right|_{dE=0} = \left(\frac{1}{\det \tilde{T}}\right)\begin{vmatrix} 0 & T_{12} & T_{13} & 0 \\ 0 & T_{22} & T_{23} & 0 \\ 1 & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & T_{41} & T_{43} & -1 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\det \tilde{T}}\right)(-\underset{(-)}{T_{12}}\underset{(+)}{T_{23}} + \underset{(+)}{T_{13}}\underset{(+)}{T_{22}}) > 0 \tag{93a}$$

$$\left.\frac{dY_2}{dM_1}\right|_{dE=0} = \left(\frac{1}{\det \tilde{T}}\right)\begin{vmatrix} T_{11} & 0 & T_{13} & 0 \\ T_{21} & 0 & T_{23} & 0 \\ T_{31} & 1 & T_{33} & 0 \\ 0 & 0 & T_{43} & -1 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\det \tilde{T}}\right)(\underset{(+)}{T_{11}}\underset{(+)}{T_{23}} - \underset{(+)}{T_{13}}\underset{(-)}{T_{21}}) > 0 \tag{93b}$$

$$\left.\frac{dr}{dM_1}\right|_{dE=0}=\left(\frac{1}{\det\tilde{T}}\right)\begin{vmatrix}T_{11} & T_{12} & 0 & 0\\ T_{21} & T_{22} & 0 & 0\\ T_{31} & 0 & 1 & 0\\ 0 & T_{42} & 0 & -1\end{vmatrix}=\left(\frac{-1}{\det\tilde{T}}\right)\underbrace{(T_{11}T_{22}-T_{12}T_{21})}_{(+)}<0 \tag{93c}$$

$$\left.\frac{dM_2}{dM_1}\right|_{dE=0}=\left(\frac{1}{\det\tilde{T}}\right)\begin{vmatrix}T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0\\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0\\ T_{31} & 0 & T_{32} & 1\\ 0 & T_{42} & T_{43} & 0\end{vmatrix}$$

$$=\left(\frac{1}{\det\tilde{T}}\right)\{-\underbrace{(T_{11}T_{22}-T_{12}T_{21})}_{(+)}\underset{(-)}{T_{43}}-\underset{(+)}{T_{13}}\underset{(+)}{T_{42}}\underset{(-)}{T_{21}}+\underset{(+)}{T_{11}}\underset{(+)}{T_{42}}\underset{(+)}{T_{23}}\}>0 \tag{93d}$$

(93) 式における不等式の証明には，$\det\tilde{T}>0$ および (92) 式が使用されている。

(93) 式は，以下のことを意味している。第１国の中央銀行が金融緩和を実施しても，第２国もそれに対抗して金融緩和を実施することにより，為替レートに及ぼす影響を無効化できる。しかし，そのことによって世界全体の貨幣供給が増加して世界利子率は低下し，両国の実質投資需要の増加を通じてケインズ (Keynes (1936)) の乗数効果により，両国の実質国民所得が増加する。すなわち，各国の中央銀行の金融政策による「通貨安競争」は，為替レートの変化を無効化するのみならず，各国の実質国民所得を増加させるという望ましい効果を持っているのであり，「通貨安競争が世界経済を破綻させる」という通説を否定した Eichengreen (1992), Bernanke (2000)，浜田 (2013) の見解が正しいことを，本節で定式化された変動相場制下の完全資本移動２国モデルは，含意しているのである[14]。

６．結論に代えて――変動相場制下の完全資本移動２国マンデル=フレミング・モデルにおける財政金融ポリシー・ミックスの比較静学分析――

最後に，本稿の結論に代えて，第５節で定式化した変動相場制下の完全資本移動２国マンデル=フレミング・モデルにおいてある国による財政金融ポリシー・ミックスが両国の経済にどのような影響を及ぼすかを，比較静学分析の手法によって考察する。第１国の財政政策および金融政策のパラメーター τ_1，G_1 および M_1 がそれぞれ $d\tau_1$，dG_1，dM_1 だけ変化した場合に各国の国民所得，世界利子率 (r)，第１国の通貨建ての為替レート (E) に及ぼす影響は，以下の一般的な公式によって表すことができる。

$$dY_1=(\underset{(-)}{Y^1_{\tau 1}})d\tau_1+(\underset{(+)}{Y^1_{G1}})dG_1+(\underset{(+)}{Y^1_{M1}})dM_1 \tag{94a}$$

14) この結論は，変動相場制下の不完全資本移動２国モデルにおいても妥当することを，浅田 (2016a) は示している。

$$dY_2=(\underset{(-)}{Y^2_{\tau 1}})d\tau_1+(\underset{(+)}{Y^2_{G1}})dG_1+(\underset{(-)}{Y^2_{M1}})dM_1 \tag{94b}$$

$$dr=(\underset{(-)}{r_{\tau 1}})d\tau_1+(\underset{(+)}{r_{G1}})dG_1+(\underset{(-)}{r_{M1}})dM_1 \tag{94c}$$

$$dE=(\underset{(+)}{E_{\tau 1}})d\tau_1+(\underset{(-)}{E_{G1}})dG_1+(\underset{(+)}{E_{M1}})dM_1 \tag{94d}$$

以下では，この公式に基づいて，３つの重要な特殊ケースについて考察しよう。

（1）$d\tau_1=0$, $dG_1>0$, $dM_1>0$ の場合

これは，第１国の政府による財政支出の増加と第１国の中央銀行による金融緩和のポリシー・ミックスに対応する。たとえば，第１国の政府が中央銀行引受けの国債発行によって政府支出増加の財源をまかなう「マネー・ファイナンス」(money finance または money financing)の場合は，それに該当する[15)]。この場合には，(94) 式は以下のようになる。

$$dY_1=(\underset{(+)}{Y^1_{G1}})\underset{(+)}{dG_1}+(\underset{(+)}{Y^1_{M1}})\underset{(+)}{dM_1}>0 \tag{95a}$$

$$dY_2=(\underset{(+)}{Y^2_{G1}})\underset{(+)}{dG_1}+(\underset{(-)}{Y^2_{M1}})\underset{(+)}{dM_1} \tag{95b}$$

$$dr=(\underset{(+)}{r_{G1}})\underset{(+)}{dG_1}+(\underset{(-)}{r_{M1}})\underset{(+)}{dM_1} \tag{95c}$$

$$dE=(\underset{(-)}{E_{G1}})\underset{(+)}{dG_1}+(\underset{(+)}{E_{M1}})\underset{(+)}{dM_1} \tag{95d}$$

これらの式は，この財政金融ポリシー・ミックスが第１国の実質国民所得を増加させる効果が極めて大きく，その他の諸変数に与える影響については，増加要因と減少要因が打ち消しあって不確定になることを示している。たとえば，第１国が金融緩和のみを行えば第２国の所得に悪影響を及ぼすが，この悪影響は，第１国の政府支出の拡張によって軽減される。したがって，「マネー・ファイナンス」を「禁じ手」扱いして忌避する主張には，ほとんど合理的な根拠がない。

15）同様の政策は，「財政ファイナンス」，「ヘリコプター・マネー」等の呼称で呼ばれることもある。

（2）$d\tau_1 > 0,\ dG_1 = 0,\ dM_1 > 0$ の場合

これは，第１国の政府による増税と同国の中央銀行による金融緩和が同時に行われた場合であり，このような形態の財政金融ポリシー・ミックスは，2007年のいわゆる「サブプライム・ショック」後のヨーロッパや，消費税増税と金融緩和が同時に行われた2014年の日本で前例がある。この場合には，(94) 式は以下のようになる。

$$dY_1 = (\underset{(-)}{Y^1_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(+)}{Y^1_{M1}})\underset{(+)}{dM_1} \tag{96a}$$

$$dY_2 = (\underset{(-)}{Y^2_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(-)}{Y^2_{M1}})\underset{(+)}{dM_1} < 0 \tag{96b}$$

$$dr = (\underset{(-)}{r_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(-)}{r_{M1}})\underset{(+)}{dM_1} < 0 \tag{96c}$$

$$dE = (\underset{(+)}{E_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(+)}{E_{M1}})\underset{(+)}{dM_1} > 0 \tag{96d}$$

これらの式は，第１国では財政政策のブレーキと金融政策のアクセルが同時に踏まれているので，第１国の実質国民所得に及ぼす効果は不確定であるが，第２国の実質国民所得に大幅な悪影響を及ぼすことを示している。また，このポリシー・ミックスによって世界利子率は低下し，為替レートは大幅に第１国の通貨安（第２国の通貨高）になる。

（3）$d\tau_1 > 0,\ dG_1 < 0,\ dM_1 = 0$ の場合

このような政策は，不況期に所得の低下により税収が落ち込み，政府財政の赤字が増加することを嫌って，増税をすると同時に政府支出を切り詰める「緊縮策」(austerity) と呼ばれる政策であり，様々な国と時代で繰り返し実施されてきた (Blyth (2013) 参照)。この場合には，(94) 式は以下のようになる。

$$dY_1 = (\underset{(-)}{Y^1_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(+)}{Y^1_{G1}})\underset{(-)}{dG_1} < 0 \tag{97a}$$

$$dY_2 = (\underset{(-)}{Y^2_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(+)}{Y^2_{G1}})\underset{(-)}{dG_1} < 0 \tag{97b}$$

$$dr = (\underset{(-)}{r_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(+)}{r_{G1}})\underset{(-)}{dG_1} < 0 \tag{97c}$$

$$dE = (\underset{(+)}{E_{\tau 1}})\underset{(+)}{d\tau_1} + (\underset{(-)}{E_{G1}})\underset{(-)}{dG_1} > 0 \tag{97d}$$

これらの式が示すように，たとえ変動相場制下の完全資本移動モデルでも財政政策が有効になる２国モデルでは，不況期に金融緩和を伴わない増税と政府支出の削減を同時に実施するという第１国における「緊縮策」のポリシー・ミックスは，第１国のみならず第２国の実質国民所得をも大幅に減少させて世界規模で不況を深刻化させる最悪の結果をもたらすのである。まさに Blyth（2013）が指摘しているように，「緊縮策」(austerity）は「危険な思想」(dangerous idea）なのである。

最後に，本稿でとりあげられなかった様々な方向へのマンデル=フレミング・モデルの拡張の可能性について指摘しておこう。実は，それらの拡張は，かなりの程度，筆者と筆者の共同研究者によって既になされているので，関連する筆者等による文献にも言及しておく。

（１）変動相場制下の不完全資本移動２国モデル（浅田（2016a)，浅田（2017)，Asada, Chiarella, Flaschel and Franke（2003)）。
（２）固定相場制下の不完全資本移動２国モデル（Asada（2004)，Nakao（2017)）。
（３）不完全資本移動下の固定相場・変動相場混合３国モデル（浅田（2018)）。
（４）投資による資本ストックの変動を考慮に入れたモデル（浅田（2017)，Asada（2004)，Asada, Chiarella, Flaschel and Franke（2003)，Nakao（2017)）。
（５）インフレ期待形成を組み込んだ物価上昇率が可変的な小国開放経済モデルまたは２国モデル（Asada, Chiarella, Flaschel and Franke（2003)）。

これらの拡張のうち（１）以外は，本稿の分析で使用されたものよりもはるかに複雑な高次元（４変数以上）の非線形微分方程式システムの解析を必要とするので，分析がかなり複雑にならざるを得ないが，数学的解析や数値シミュレーションによる分析が可能であることを指摘しておく[16)]。

［追記］本稿は，2018年度中央大学特定課題研究費および2019年度中央大学基礎研究費に基づく研究成果の一部である。記して感謝する。

参考文献

［１］浅田統一郎（2016a)「変動相場制下の２国マンデル=フレミング・モデルにおける財政金融政策の効果：不完全資本移動の場合」中央大学経済研究所編『日本経済の再生と新たな国際関係』中央大学出版部，187‒215ページ。
［２］──（2016b)『マクロ経済学基礎講義　第３版』中央経済社。

16）以上の拡張のうち，固定相場・変動相場混合３国モデルは，EU のような複数の国が固定相場で結びついている統合通貨圏とその外にあって当該圏と変動相場で結びついている米国や日本のような国との経済取引を分析できるマクロ経済モデルとして，特に興味深いであろう。

[３] ―― (2017)「変動相場制２国カルドア型景気循環モデルの動学的特性と比較静学的特性について」松本昭夫編『経済理論・応用・実証分析の新展開』中央大学出版部，３-41ページ。
[４] ―― (2018)「固定相場・変動相場混合３国マンデル=フレミング・モデルについて：不完全資本移動の場合」『中央大学経済研究所年報』第50号，605-640ページ。
[５] ―― (2019)「「ポリシーミックス」で一気に成長軌道に押し上げよ：ケインズ経済学の理論的根拠から」『別冊クライテリオン　消費税増税を凍結せよ』啓文社書房，161-167ページ。
[６] 岩田規久男 (2018)『日銀日記：五年間のデフレとの闘い』筑摩書房。
[７] 奥村隆平 (1985)『変動相場制の理論』名古屋大学出版会。
[８] 小谷清 (1987)『不均衡理論：ワルラス均衡理論の動学的基礎』東京大学出版会。
[９] 河合正弘 (1994)『国際金融論』東京大学出版会。
[10] 浜田宏一 (2013)『アメリカは日本経済の復活を知っている』講談社。
[11] Asada, T. (2004) "A Two-regional Model of Business Cycles with Fixed Exchange Rates : A Kaldorian Approach," *Studies in Regional Sciences*, Vol. 34, No. 2. pp. 19-38.
[12] Asada, T., Chiarella, C., Flaschel, P. and Franke, R. (2003) *Open Economy Macrodynamics : An Integrated Disequilibrium Approach*, Berlin : Springer.
[13] Bernanke, B. (2000) *Essays on the Great Depression*, Princeton : Princeton University Press (栗原潤・中村亨・三宅敦史訳 (2019)『大恐慌論』日本経済新聞出版社).
[14] Blyth, M. (2013) *Austerity : The History of a Dangerous Idea*, New York : Oxford University Press (若田部昌澄監訳，田村勝省訳 (2015)『緊縮策という病：「危険な思想」の歴史』NTT 出版).
[15] Eichengreen, B. (1992) *Golden Fetters : The Gold Standard and the Great Depression 1919-1939*, Oxford : Oxford University Press.
[16] Fleming, J. M. (1962) "Domestic Financial Policies under Fixed and Floating Exchange Rates," *IMF Staff Papers*, Vol. 9, 369-379.
[17] Frenkel, J. A. and Razin, A. (1987) *Fiscal Policies and the World Economy*, Cambridge, Massachusetts : The MIT Press (河合正弘監訳『財政政策と世界経済』HBJ 出版局).
[18] Galí, J. (2015) *Monetary Policy, Inflation, and Business Cycles : An Introduction to the New Keynesian Framework, Second Edition*, Princeton : Princeton University Press.
[19] Gandolfo, G. (2009) *Economic Dynamics, Fourth Edition*, Berlin : Springer.
[20] Keynes, J. M. (1936) *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London : Macmillan (間宮陽介訳 (2006)『雇用・利子および貨幣の一般理論』上・下，岩波文庫).
[21] Mundell, R. (1963) "Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates," *Canadian Journal of Economics and Political Science*, Vol. 29, pp. 475-485.
[22] ―― (1968) *International Economics*, New York : Macmillan (渡辺太郎・箱木真澄・井川一宏訳 (2000)『新版　国際経済学』ダイヤモンド社).
[23] Nakao, M. (2017) "Macroeconomic Instability of a Capital Markets Union and Stability of Fiscal Union in the Euro Area : Keynesian and Kaldorian Two-Country Models," *The International Economy*, Vol. 20, pp. 13-46.
[24] Woodford, M. (2003) *Interest and Prices : Foundations of a Theory of Monetary Policy,* Princeton : Princeton University Press.